T.P. de files d'attente, I

Résumé

L'objectif de ce T.P. est de vous montrer que le modèle M/M/1 est loin d'être réaliste dès lors qu'il s'agit de modéliser autre chose que du trafic téléphonique. On se limitera ici à l'étude du trafic HTTP sur le réseaux du département *Informatique et Réseaux*.

1 Travail demandé

1 - Récupérer les fichiers de trace sous
   - `http://www.infres.enst.fr/~decreuse/TP/interarrivees1`
   - `http://www.infres.enst.fr/~decreuse/TP/interarrivees2`
   - `http://www.infres.enst.fr/~decreuse/TP/interarrivees3`
   - `http://www.infres.enst.fr/~decreuse/TP/interarrivees4`
   - `http://www.infres.enst.fr/~decreuse/TP/longueur1`
   - `http://www.infres.enst.fr/~decreuse/TP/longueur2`
   - `http://www.infres.enst.fr/~decreuse/TP/longueur3`
   - `http://www.infres.enst.fr/~decreuse/TP/longueur4`

   Le premier représente les temps d'inter-arrivées entre des requêtes HTTP exprimés en **secondes**. Le deuxième est la suite des longueurs (en **octets**) des requêtes correspondantes.

2 - Trouver parmi celles proposées dans la section suivante, une distribution de probabilité vraisemblable pour les inter-arrivées (représenter sur un même graphique les fonctions de répartition empirique de toutes les lois testées et de l'échantillon).

3 - Tracer la fonction de répartition empirique des longueurs de paquets. Calculer la longueur moyenne des paquets.

4 - En considérant que le lien Ethernet sur lequel circulent ces requêtes est un lien à 10 Mbits/s, calculer la charge due au trafic HTTP.

2 Détermination d'une loi

Soit une suite de N nombres censés représenter un échantillon de $(X_1, \ldots, X_N)$ où les X_i sont indépendantes et de même loi à déterminer.

1 - Déterminer le minimum, la maximum, la moyenne et la variance de l'échantillon. (*package stats*, *fonctions importdata*, *describe*, *min et max*)

2 - Pour une loi donnée (par exemple, Weibull) trouver les paramètres qui correspondent en égalant moyenne et variance. (*plot*, *fsolve*)

3 - Construire l'histogramme cumulatif (ou fonction de répartition empirique) de votre échantillon. En abscisse, on met les valeurs possibles des inter-arrivées discrétisées en 500 intervalles et en ordonnée, on met le nombre de valeurs inférieures à la borne supérieure de l'intervalle correspondant.(*fonctions transform*, *tallyinto*, *statsort*, *cumulativefrequency*, *seq*, *map*, *op* , *zip*, les exemples de l'aide de *cumulativefrequency* sont très utiles ; ne pas oublier de faire un *transform[statsort]* après le *transform[tallyinto]* car les données sont rangées dans n'importe quel ordre)

4 - Construire l'histogramme cumulatif correspondant à la loi étudiée pour les mêmes intervalles que le précédent. (*package stats*, *fonctions statevalf*, *cdf*)

5 - Comparer les histogrammes ainsi construits. Choisir la loi qui a l'histogramme le plus proche de celui de l'échantillon.

Il resterait à faire un test d'hypothèse pour vérifier que c'est un choix admissible mais ce n'est pas l'objet de ce cours. Pour ceux qui sont intéressés, voir le cours « d'estimation statistique » de la dominante Signal-Images.

3 Quelques lois

3.1 Loi lognormale, LOGNORMAL[μ, σ]

Une variable X suit une loi lognormale de paramètres μ et σ^2 si $X = \exp(Y)$ où Y est une variable aléatoire de loi normale de moyenne μ et variance σ^2.

$$E[X] = \exp(\mu + \sigma^2/2)$$
$$var(X) = (\exp(\sigma^2) - 1)\exp(2\mu + \sigma^2).$$

3.2 La loi exponentielle, EXPONENTIAL[λ,0]

X suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$ lorsque la densité de sa loi est donnée par :

$$\lambda \exp(-\lambda x) \text{ pour } x \geq 0.$$

Sa moyenne et sa variance sont respectivement $1/\lambda$ et $1/\lambda^2$.

3.3 La loi Gamma, GAMMA[a, b]

X suit une loi gamma de paramètre $a > 0$ et $b > 0$ si la densité est donnée par :

$$\frac{b^{-a}}{\Gamma(a)} \exp(-x/b) x^{a-1} \text{ pour } x \geq 0,$$

où $\Gamma(a) = \int_0^{+\infty} x^{a-1} \exp(-x)\, dx$. Sa moyenne et sa variance sont respectivement ab et ab^2. Remarquer que le rapport que le rapport de la moyenne et de la variance ne dépend pas de k.

3.4 La loi de Weibull, WEIBULL[a, b]

X suit une loi de Weibull de paramètres $a > 0$ et $b > 0$ si la densité est donnée par :

$$\frac{a}{b}(x/b)^{a-1} \exp(-(x/b)^a) \text{ pour } x \geq 0.$$

On a

$$E[X] = b\Gamma(1 + 1/a)$$
$$var(X) = b^2(\Gamma(1 + 2/a) - \Gamma(1 + 1/a)^2).$$

Remarquer le rapport de la variance sur l'espérance au carré ne dépend pas de b.